

volume of agricultural production, will create favorable conditions for the launch of the modernization process on a modern basis, which in turn will contribute to increasing the efficiency of production and competitiveness of national agrarian commodity producers both in the domestic and world markets.

Key words: logistic regression, curvilinear regression, forecasting, livestock, dynamics of livestock.

Надійшла 20.09.2017 р.

УДК 330.4.

СТРИГІНА О.А., канд. фіз.-матем. наук
Білоцерківський національний аграрний університет

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ В ЕКОНОМІЧНИХ ТЕОРІЯХ

Економічні системи постійно розвиваються і ускладнюються, змінюється їхня структура, а іноді і зміст, що пов'язано з науково-технічним прогресом. Як результат, низка методів стають застарілими або потребують коригування. Водночас науково-технічний прогрес впливає і на математичні методи, оскільки поява та удосконалення електронно-обчислювальних машин зробило можливим широке використання методів, описаних раніше лише теоретично, чи які застосовувалися лише для невеликих прикладних задач. Подано аналіз застосування математики в економічних теоріях.

Ключові слова: аналіз, формування, математичні моделі, економічні теорії, моделювання.

Постановка проблеми. Існує два погляди на математику та її роль серед інших наук. За першим вважається, що математика – це щось самостійне, самоцінне. За іншим поглядом це визнається також, але в основному математика вважається інструментом, володіння яким корисне та необхідне. Однозначно, математика має визначене світоглядне значення, але для спеціалістів з економіки, керування – менеджерів математика є більшою мірою інструментом аналізу, організації, керування.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Проблемі математичного моделювання економічних процесів присвячено багато робіт провідних вітчизняних і зарубіжних економістів. Математика в економіці застосовується понад сто років. Роботу французького математика А. Курно (1801 – 1877) сьогодні розглядають як поворотний пункт у розвитку математичної економіки. Один з найоригінальніших мислителів періоду раннього розвитку математичної економіки – Г. Госсен (1810-1858) сформулював закон, відомий як „перший закон Госсена”: „У процесі збільшення кількості споживаного товару або послуги його корисність від споживання кожної додаткової одиниці зменшується”. Г. Госсен формулює свої думки, застосовуючи точні математичні методи в економічному житті. Математичний виклад економічних проблем А. Курно й Г. Госсен здійснюють на основі теорії дійсних функцій в галузі аналізу дійсних змінних.

Л. Вальрас сформулював проблему існування загальних рівноваг ринку, розв'язування якої приводить до систем лінійних і нелінійних рівнянь. Існування єдиного розв'язку приводить до детермінантів, або детермінантів Якобі, які вивчаються у лінійній алгебрі. Лінійна алгебра сьогодні вважається другою фундаментальною дисципліною математики, яка застосовується в економіці. Застосування диференціальних рівнянь описано у роботах Л. Вальраса та П. Самуельсона. Останні 40 років вони використовуються в багатьох галузях економіки [1, с.15].

Метою ж є оцінка ефективності використання математичних моделей в економіці в контексті проведення дослідження економічного процесу.

Матеріал і методика, основні результати дослідження. Реальні об'єкти дуже складні, тому для їх вивчення створюють моделі – копії реальних об'єктів, які вивчаються. З одного боку, моделі мають бути досяжними для вивчення, тобто вони не повинні бути дуже складними – це означає, що вони неминуче будуть тільки спрощеними копіями. Але з другого боку, висновки, отримані під час їх вивчення, ми хочемо розповсюдити на реальні об'єкти-прототипи, тобто, модель має відтворювати суттєві риси реального об'єкта, що вивчається. В науковому дослідженні використовують різні моделі: натуральні (наприклад, в лабораторії будують маленьке джерело і над ним будують копію ГЕС в масштабі 1:100) та абстрактні; фізичні (із трансформаторів, опорів, вольтметрів та ін.); математичні (із змінних, функцій, нерівностей і т.д.). Побудо-

ва математичних моделей називається математичним моделюванням. Саме через складання математичних моделей застосовується математика в наукових дослідженнях, в інших науках. Це дуже яскраво помітно в економічній науці.

Економічні завдання – це завдання з великим числом невідомих, що мають різні динамічні зв'язки і взаємини. Тобто економічні завдання багатомірні, і навіть якщо представлені у формі системи нерівностей і рівнянь, не можуть бути вирішені звичайними математичними методами.

Ще однією характерною ознакою планово-економічних та інших економічних завдань є множинність можливих рішень; певну продукцію можна отримати різними способами, по-різному вибираючи сировину, яке використовується обладнання, технологію та організацію виробничого процесу [2, с.7]. Водночас для управління потрібна за можливості мінімальна кількість варіантів і бажано найкращих. Тому другою особливістю економічних завдань є те, що це завдання екстремальні, що в свою чергу передбачає наявність цільової функції.

Розглядаючи критерії оптимальності, слід зазначити, що в ряді випадків може виникнути ситуація, коли доводиться враховувати одночасно ряд показників ефективності (наприклад, максимум рентабельності і прибутку, товарної продукції, кінцевої продукції і т.д.). Це пов'язано не тільки з формальними труднощами вибору та обґрунтування єдиного критерію, а й багатоцільовим характером розвитку систем. У цьому випадку буде потрібно кілька цільових функцій і відповідно певний компроміс між ними.

Близько до багатоцільових завдань лежать завдання з дробово-лінійною функцією, коли цільова функція виражається відносними показниками ефективності виробництва (рентабельність, собівартість продукції, продуктивність праці і т.д.) [3, с.139].

Крім усього викладеного вище, треба враховувати, що вхідними величинами виробничих систем слугують матеріальні ресурси (природні, засоби виробництва), трудові ресурси, капіталовкладення, інформаційні ресурси (відомості про ціни, технології та ін.). З цього впливає ще одна особливість економічних задач: наявність обмежень на ресурси. Тобто це передбачає вираження економічного завдання у вигляді системи нерівностей.

Випадковий характер чинників, що впливають на економічну систему, припускає імовірнісний (стохастичний) характер техніко-економічних коефіцієнтів, коефіцієнтів цільової функції, що також є особливістю економічних завдань. Водночас нерідко зустрічаються умови, коли залежності між різними факторами або в цільової функції є нелінійними. Наприклад, це проявляється залежно між витратами ресурсів і виходом кінцевого продукту. Але основна частина таких завдань зустрічається за моделювання ринкової поведінки, коли слід враховувати фактори еластичності попиту та пропозиції, тобто нелінійний характер змін цих величин від рівня цін.

За моделювання ринкової поведінки крім нелінійності залежностей, зустрічається така особливість як вимога враховувати поведінку конкурентів. Навіть радянські економісти визнавали, що дія об'єктивних економічних законів здійснюється через діяльність безлічі господарських підрозділів. Водночас, здійснення рішення, прийнятого в одному з цих підрозділів, може мати значний вплив на ті чи інші характеристики економічної ситуації, в якій приймають рішення інші підрозділи (змінюються кількість сировини, ціни на вироби та ін.). Отже, виникає комплекс оптимізаційних задач, у кожній з яких певні змінні величини залежать від обраних управлінь в інших задачах [4, с.124].

Ще однією загальною особливістю економічних завдань є дискретність (або об'єктів планування, або цільової функції). Ця цілочисельність впливає із самої природи речей, предметів, якими оперує економічна наука. Тобто не може бути дробовим число підприємств, кількість робітників і т.д. При цьому дискретний характер мають не тільки об'єкти планування, а й часові проміжки, усередині яких здійснюється планування. Це означає, що за планування будь-яких дій завжди слід визначити, на який термін воно здійснюється, в які терміни може бути здійснено, і коли будуть результати. Таким чином, вводиться ще одна дискретна змінна – тимчасова.

Дискретність багатьох економічних показників не віддільна від точності значень (реальних предметів або відрізків часу) не може бути меншою за нуль [5, с.136].

Водночас слід враховувати, що економічна система – не застигла, статична сукупність елементів, а яка постійно розвивається, змінюється під дією зовнішніх та внутрішніх факторів. При цьому виникає ситуація, коли рішення, прийняті раніше, детермінують частково або повністю рішення, прийняті пізніше.

Тому з огляду на актуальність проблеми, метою роботи є дослідження того, що економічні задачі, які вирішуються математичними методами, мають специфіку, обумовлену особливостями економічних систем, як більш високих форм руху в порівнянні з технічними чи біологічними системами [6, с.24]. Ці особливості економічних систем зумовили недостатність тих математичних методів, які застосовуються в інших науках. Тобто знадобився новий математичний апарат, причому не стільки більш складний, а який враховує особливості економічних систем на базі вже існуючих математичних методів.

Крім того, економічні системи постійно розвиваються і ускладнюються, змінюється їхня структура, а іноді і зміст, що пов'язано з науково-технічним прогресом. Як результат, низка методів стають застарілими, або потребують коригування. Водночас науково-технічний прогрес впливає і на математичні методи [7, с.49], оскільки поява та удосконалення електронно-обчислювальних машин зробило можливим широке використання методів, описаних раніше лише теоретично, чи які застосовувалися лише для невеликих прикладних задач.

У 60-і роки ХХ століття розгорнулася дискусія про математичні методи в економіці. Наприклад, академік Немчінов виділяв п'ять базових методів дослідження за планування:

- 1) балансовий метод;
- 2) метод математичного моделювання;
- 3) векторно-матричний метод;
- 4) метод економіко-математичних множників (оптимальних суспільних оцінок);
- 5) метод послідовного наближення [8, с.153].

Водночас академік Канторович виділяв математичні методи в чотири групи:

- макроекономічні моделі, куди входять балансовий метод і моделі попиту;
- моделі взаємодії економічних підрозділів (на основі теорії ігор)[9, с. 167]
- лінійне моделювання, включаючи ряд завдань, які дещо відрізняються від класичного лінійного програмування;
- моделі оптимізації, що виходять за межі лінійного моделювання (динамічне, нелінійне, цілочисельне і стохастичне програмування).

З погляду ролі математичних методів варто зазначити лише про широту застосування різних методів у реальних процесах планування. З огляду на це, безперечним лідером є метод лінійної оптимізації, який був розроблений академіком Канторовичем в 30-ті роки ХХ століття [10, с.45]. У 1975 році за це відкриття він був нагороджений Нобелівською премією з економіки, що свідчить про важливість задач лінійного програмування.

Найчастіше завдання лінійного програмування застосовується за моделювання організації виробництва. На основі об'єктивно обумовлених оцінок американським математиком Дж. Данцигом був розроблений симплекс-метод розв'язання задач оптимального програмування. Цей метод досить широко застосовується. Алгоритм його дуже детально опрацьований, і навіть складені прикладні пакети програм, які застосовуються в багатьох галузях планування [11, с.76].

Розглянемо наступну задачу оптимального планування: *знайти такий план виробництва, який би був допустимий і забезпечував найбільший прибуток із всіх допустимих планів*. Цю задачу (одну із найважливіших у всій економічній теорії) символічно записують так (обмеження $X > 0$ добавлено виходячи із змісту задачі):

$$\begin{aligned} P(X) &= C \cdot X \rightarrow \max, \\ AX &\leq B, \\ X &\geq \bar{0}. \end{aligned}$$

Позначимо множину всіх планів X , які відповідають умовам: $X \geq 0, AX \leq B$ через D та назвемо цю множину допустимою (множиною допустимих планів); тоді вказану вище задачу можна сформулювати так: знайти максимум функції прибутку $P(X)$ на множині D допустимих планів:

$$\begin{aligned} P(X) &\rightarrow \max, \\ X &\in D. \end{aligned}$$

На практиці іноді доводиться розв'язувати такі задачі лінійного програмування, в яких багато видів ресурсів (іноді сотні і тисячі) та багато видів продукції (такого ж порядку). Для розв'язання задач лінійного програмування розроблені потужні математичні методи і такі зада-

чі сьогодні розв'язуються тільки на комп'ютері [12, с. 45]. Найвідоміший алгоритм розв'язання задач лінійного програмування – це так званий симплекс-метод, який розробив американський математик Дж. Данциг в 1949 р.

Розглянемо модель міжгалузевого балансу, або модель Леонтьєва, американського економіста (1906-1999). Нехай весь виробничий сектор народного господарства розподілений на n чистих галузей. Чиста галузь – це умовне поняття – певна частина народного господарства (наприклад, енергетика, машинобудування, сільське господарство і т.д.). Нехай \tilde{a}_{ij} – кількість продукції в i -тій галузі, що витрачається в j -ій галузі, V_i – об'єм виробництва i -тої галузі, c_i – об'єм споживання продукції i -тої галузі в непродуктивній сфері. Зрозуміло, що $c_i = V_i - \sum_{j=1}^n \tilde{a}_{ij}$.

Матриця $\tilde{A} = (\tilde{a}_{ij})$ вміщає дуже багато інформації. Так, її i -тий рядок характеризує використання продукції i -тої галузі по всьому народному господарстві, а j -тий стовбець характеризує j -ту галузь: що i в яких кількостях вона використовує.

Перейдемо тепер до безрозмірних величин. Нехай $a_{ij} = \tilde{a}_{ij} / V_j$ – це кількість одиниць продукції i -тої галузі, що витрачається на виготовлення однієї одиниці продукції V_j галузі. Числа a_{ij} називаються коефіцієнтами прямих затрат j -ої галузі і характеризують технологію цієї галузі. Число ж c_j / V_i є часткою продукції i -тої галузі, яка йде на невиробниче використання.

Розглянемо приклад використання похідної в економіці. Розглянемо однофакторну або одноресурсну виробничу функцію $y = f(x)$, яка дає об'єм виробленої продукції за одиницю часу залежно від об'єму x затраченого ресурсу. Цей ресурс – кількість живої людської праці, вираженої у вигляді людино-годин або числа робітників. Нехай число робітників дорівнює a . Звичайно, виробничі функції диференційовані, так що $f(a+1) \approx f(a) + f'(a)$. Якщо число робітників a велике, то описана вище наближена рівність досить точна. Але що таке $f'(a)$ в цьому випадку? Це не що інше як додаткова продукція, яка виробляється новим співробітником підприємства за одиницю часу.

Нехай v – ціна одиниці продукції, а p – зарплата робітника за одиницю часу. Тоді якщо $v f'(a) > p$, то потрібно найняти ще одного співробітника, оскільки він приносить фірмі більше, ніж вона йому платить. Це нескладне правило має універсальний характер і називається *золотим правилом економіки* [13, с.54].

Висновки. Раціональна поведінка суб'єктів економіки полягає в прагненні до найбільшої ефективності (оптимальності) своєї діяльності при обмежених можливостях. Цей загальний принцип конкретизується на основі формалізації суб'єктів, їх цілей, уточнення поняття ефективності і можливих способів її підвищення.

Споживання є провідним чинником у функціонуванні всієї взаємозв'язаної соціально-економічної системи, яка має достатній ступінь свободи своїх виробничих елементів. В результаті більш менш усвідомленого вибору елементарних споживачів, що діють відповідно до своїх переваг і бюджетних можливостей, формується сукупний попит. Цей попит виконує роль соціального замовлення для роботи виробничої підсистеми і торгівлі, зокрема, зовнішньоекономічного обміну. Особливо важливо, що споживацький попит, разом з технологічними можливостями виробників, визначає природну для даної економіки систему цін.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Беллмана Р. Динамічне програмування. /–Пер. з англ. І.М. Андрєєвої та ін. Під ред. М.М. Воробйова. М.: Вид. Иностран. лит., 1960. 400 с.
2. Беллмана Р., С.Дрейфус Прикладні задачі динамічного програмування. /Пер. з англ. Н.М. Митрофанової та ін. Під ред. А.А. Первозванский. М.: Наука, 1965. 458 с.
3. О.М. Гатауліна, Г.В. Гаврилов, Т.М. Сорокіна та ін. Математичне моделювання економічних процесів у сільському господарстві/ М.: Агропромиздат, 1990. 432 с.
4. Канторович Л.В., Жменька. А.Б. Оптимальні рішення в економіці/– М.: Наука, 1972. 232 с.
5. Кравченко Р.Г., Попов І.В., Толпекін С.З. Економіко-математичні методи в організації та плануванні сільсько-господарського виробництва/ М.: Колос, 1973. 528с.

6. Мойсеев М.М. Людина, середовище, суспільство/ Проблеми формалізованого опису. М.: Наука, 1982.240 с.
7. Мойсеев М.М. Математик задає питання/ (Запрошення до діалогу). М.: Знання, 1975. 191 с.
8. Немчинов В.С. Вибрані твори/ Том 3.Економіка та математичні методи. М.: Наука, 1967. 490 с.
9. Нейман Дж., Моргенштерн О. Теорія ігор і економічна поведінка/ Пер. з англ. Під ред. і з доб. М.М. Воробйова. М.: Наука, 1970.707 с.
10. Ашманов С.А. Математичні моделі та методи в економіці / М., 1980. 240 с.
11. Бугров Я.С., Нікольский С.М. Диференційне та інтегральне числення/ М.: Наука, 1980. 362 с.
12. Малыгин В.И. Математика в экономике / М.:ИНФРА-М, 2000. 356с.
13. Kam Yu. Principles of Mathematical Economics, 2015.–256 p.

REFERENCES

1. Bellman R. (1960). *Dynamichne programuvanna* [Dynamic of programming]. Moscow, 400 p.
2. Bellman R., S. Dreifus (1965). *Prikladny zadachi dynamichnogo programuvanna* [applied tasks of dynamic programming]. Moscow: Nauka, 458 p
3. Gataulina O.M., Gavrilov G.V, Sorokina T.M. and there (1990) *Matematychnye modelyuvannya ekonomychnykh protsesy v syl's'komu hospodarstvu* [Mathematical modeling of economical processes in logging farms] Moscow: Agropromizdat, 432 p.
4. Kantorovich L. V., Zhmen'ka A.B (1972). *Optimal'ni rishennya v yekonomitsi* [Optimal solutions in the economy] Moscow: Nauka, 232 p
5. Kravchenko R.G., Popov I.V., Tolpekin S. Z. (1973) *Ekonomyko-matematichny metodi v organizatsyyi ta planuvannyi syl's'kohospodars'koho vyrobnytstva* [econometrically mathematical methods in the organs of agricultural production]Moscow:Kolos, 528 p.
6. Moiseev M.M. (1982) *Lyudyna, seredovyshe, suspyl'stvo* [Person, environment, society], Moscow: Nauka, 240 p.
7. Moiseev M.M.(1975).*Matematyk zadae pytannya* [The mathematician is asking a question], Moscow: Znannya, 191 p.
8. Nemchinov V.S.(1967). *Ekonomyca ta matematychni metody* [Economics and mathematical methods], Moscow: Nauka, 490 p.
9. Neyman Dzh., Morgenshtern O. *Teoryya igor i yekonomychna povedynka* [Theory of igor and economical preexicon], Moscow: Nauka, 707 p.
10. Ashmanov S.A. (1980) *Matematychni modely ta metody v economytci* [Mathematycal models and metody in economic], Moscow, 240 p.
11. Bugrov Y. S., Nicol's'kuy S. M.(1980) *Dyferentsyyne ta yntehral'ne chyslennya* [differential and integral calculus], Moscow: Nauka, 362 p.
12. Malikhin V.Y.(2000),*Matematyca v economyce* [Mathematics in economics], Moscow: INFRA-M, 356 p
13. Kam Yu. (2015), *Principles of Mathematical Economics*. –256 p.

Математические модели в экономических теориях

Стрыгина А.А.

Экономические системы постоянно развиваются и усложняются, изменяется их структура, а иногда и содержание, что обусловлено научно-техническим прогрессом. Как результат, многие методы становятся устаревшими или требуют корректировки. В то же время научно-технический прогресс влияет и на математические методы, так как появление и усовершенствование электронно-вычислительных машин сделало возможным широкое использование методов, описанных ранее только теоретически, или которые использовались только для небольших прикладных задач. Рассмотрен анализ использования математики в экономических теориях.

Ключевые слова: анализ, формирование, математические модели, экономические теории, моделирование.

Mathematical models in economics

Strygina O.

The economic systems develop and become complicated, their structure changes, and sometimes and content, conditioned by scientific and technical progress. It does out-of-date much methods that were used before, or requires their adjustment. In the same time scientific and technical progress influences on mathematical methods, as appearance and improvement of electronic calculable machines did possible deployment of the methods described before only in theory, or were used only for the small applied tasks. In the article the considered analysis of the use of mathematics is in economic theories. The aim of the article is an estimation of efficiency of the use of mathematical models in an economy in the context of realization of research of economic process.

The real objects are very difficult, that is why for their study create models copies of the real objects, that is studied. From one side, models must be accessible for a study, in force what they must not be very difficult is means that they unavoidable will be only then simplified copies. But from other side, conclusions that is got at their study we want to spread on the real objects-prototypes, that is, a model must recreate the substantial line the real object that is studied. In scientific research different models are used: natural (for example, in a laboratory build a little source and above him build the copy of GES in a scale 1: 100) and abstract; physical (from transformers, resistances, voltmeters and other); mathematical (from variables, functions, in equalities and others).

The construction of mathematical models is named a mathematical design. Exactly through the stowage of mathematical models mathematics is used in scientific researches in other sciences. It very brightly noticeably in economic science.

In 60th of past century a discussion developed about mathematical methods in an economy. For example, an academician Nemchinov distinguished five base methods of research at planning:

- 1) balance method;
- 2) methods of mathematical design;

- 3) vectorial-matrix method;
- 4) methods of economic-mathematical multipliers (optimal public estimations);
- 5) method of progressive approximation.

In the same time an academician Kantorovich distinguished mathematical methods in four groups:

- macroeconomic models, where took a balance method and models of demand;
- are models of cooperation of economic subdivisions (on the basis of game theory);
- it is a linear design, including the series of tasks, a bit differ from the classic linear programming;
- models of optimization, that go out outside a linear design (dynamic, nonlinear, integral and stochastic programming).

Economic tasks are a task with the large number of unknown, that have different dynamic copulas and mutual relations. That is economic tasks multidimensional, and even being presented in form the set of inequalities and equalizations, cannot be decided by ordinary mathematical methods.

In the same time for a management it is needed on possibility the least of variants and it is desirable the best. Therefore the second feature of economic tasks is that it tasks are extreme, that envisages the presence of objective function in turn. The task of the optimal planning, and also model of inter-branch balance, or model of Leontieva, American economist, is considered in the article. The article deals with analyze of using mathematics in the economics theories.

Key words: analyze, formation, mathematics models, economics theories, model.

Надійшла 20.09.2017 р.